秘密★启用前

高一年级新课程教学质量监测与诊断测试

数学参考答案

一、单项选择题

1. A　2. B　3. A　4. A　5. B　6. C　7. D　8. C

二、多项选择题

9. BC　10. BC

三、填空题

11. 18　12. $\frac{19\pi}{40}$　13. $-\frac{1}{7}$　14. $\frac{\pi}{12}$

四、解答题

15. **解：**(1)由题 $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\frac{\sqrt{10}}{10}$，即 $\cos\alpha=\frac{\sqrt{10}}{10}$. ………… 1分

$\therefore\ \sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha=\frac{9}{10}$,

$\because\ \alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$, $\therefore\ \sin\alpha>0$, $\therefore\ \sin\alpha=\frac{3\sqrt{10}}{10}$. ………… 3分

$\therefore\ \tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=3$. ………… 4分

(2) $\frac{\sin\alpha+\cos(\pi+\alpha)}{\sin\alpha+\cos(-\alpha)}=\frac{\sin\alpha-\cos\alpha}{\sin\alpha+\cos\alpha}$ ………… 7分

$=\frac{\tan\alpha-1}{\tan\alpha+1}$ ………… 9分

$=\frac{1}{2}$. ………… 10分

16. **解：**(1)变形可得：$f(x)=e^x+m\cdot e^{-x}+3$.

$\because$ 函数 $f(x)$ 为偶函数，

$\therefore\ f(-x)=f(x)$，即 $e^{-x}+m\cdot e^x=e^x+m\cdot e^{-x}$,

即 $(1-m)e^x=(1-m)e^{-x}$,

所以 $1-m=0$，即 $m=1$. ………… 4分

(2)由(1)可得 $f(x)=e^x+e^{-x}+3$, $\therefore\ g(x)=3f(x)-3e^x=3e^{-x}+9$. ………… 5分

可知 $g(x)$ 为减函数,证明如下: ………… 6分

$\forall x_1,x_2\in\mathbf{R}$，且 $x_1<x_2$，则

$g(x_1)-g(x_2)=3e^{-x_1}-3e^{-x_2}=3(e^{-x_1}-e^{-x_2})=\frac{3(e^{x_2}-e^{x_1})}{e^{x_1}e^{x_2}}=\frac{3(e^{x_2}-e^{x_1})}{e^{x_1+x_2}}$. ………… 8分

$\because\ x_1<x_2$, $\therefore\ e^{x_1}<e^{x_2}$，即 $e^{x_2}-e^{x_1}>0$.

$\therefore\ g(x_1)-g(x_2)>0$,

$\therefore\ g(x_1)>g(x_2)$. 所以 $g(x)$ 为减函数. ………… 10分

17. **解**:(1)

$f(x)=\sin^2x+\sqrt{3}\sin x\cos x=\dfrac{1-\cos 2x}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\dfrac{1}{2}\cos 2x+\dfrac{1}{2}=\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)+\dfrac{1}{2}$, ········· 2分

令 $-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant 2x-\dfrac{\pi}{6}\leqslant\dfrac{\pi}{2}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}$,得 $-\dfrac{\pi}{6}+k\pi\leqslant x\leqslant\dfrac{\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbf{Z}$. ········· 4分

故函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $\left[-\dfrac{\pi}{6}+k\pi,\dfrac{\pi}{3}+k\pi\right],k\in\mathbf{Z}$. ········· 5分

(2) $x\in\left[0,\dfrac{5\pi}{12}\right]$ 时,$2x-\dfrac{\pi}{6}\in\left[-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{2\pi}{3}\right]$,

$\therefore\ \sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)\in\left[-\dfrac{1}{2},1\right]$,$f(x)\in\left[0,\dfrac{3}{2}\right]$. ········· 8分

又 $\because$ 当 $x\in\left[0,\dfrac{5\pi}{12}\right]$ 时,$f(x)>m$ 恒成立,故 $m<f(x)_{\min}$,

所以实数 m 的取值范围为 $\{m\mid m<0\}$. ········· 10分

18. **解**:(1) $\because$ 不等式的解集为 $[-1,2]$,

可知方程 $x^2-ax-a-1=0$ 的根为 -1 和 2,

所以 $\begin{cases}a=-1+2,\\-a-1=-1\times 2,\end{cases}$ 解得 $a=1$. ········· 2分

(2)由 $x^2-ax-a-1=0$,得 $(x-a-1)(x+1)=0$,$\therefore$ 方程的两根为 $x=a+1$ 或 $x=-1$. ········· 4分

当 $a+1>-1$ 时,即 $a>-2$ 时,不等式的解集为 $[-1,a+1]$; ········· 6分

当 $a+1=-1$ 时,即 $a=-2$ 时,不等式的解集为 $\{-1\}$; ········· 8分

当 $a+1<-1$ 时,即 $a<-2$ 时,不等式的解集为 $[a+1,-1]$.

综上所述:当 $a>-2$ 时,不等式的解集为 $[-1,a+1]$;当 $a=-2$ 时,不等式的解集为 $\{-1\}$;当 $a<-2$ 时,不等式的解集为 $[a+1,-1]$. ········· 10分

19. **解**:(1)选择 $D=M\lg I+N$. ········· 1分

原因:$10^{-13},10^{-12},\dfrac{19}{10}\times 10^{-12},\dfrac{28}{10}\times 10^{-12},\dfrac{37}{10}\times 10^{-12}$……当自变量增加量为常数 $\dfrac{9}{10}\times 10^{-12}$ 时,函数增加量不是常数,所以不选择一次函数,而选择 $D=M\lg I+N$. ········· 5分

由已知可得:$\begin{cases}30=M\lg 10^{-13}+N,\\40=M\lg 10^{-12}+N,\end{cases}$ ········· 6分

即 $\begin{cases}30=-13M+N,\\40=-12M+N,\end{cases}$

解之得 $\begin{cases}M=10,\\N=160,\end{cases}$

所以解析式为:$D=10\lg I+160$. ········· 8分

(2)由已知可得:当 $40<D\leqslant 70$ 时,适合人与人交流谈话,

所以 $40<10\lg I+160\leqslant 70$, ········· 9分

即:$-120<10\lg I\leqslant -90$,

即:$-12<\lg I\leqslant -9$,

所以 $10^{-12}<I\leqslant 10^{-9}$. ········· 11分

所以当声音能量 $I\in(10^{-12},10^{-9}]$ 时,适合人与人交流谈话. ········· 12分

五、附加题

20. ABD

21. ACD

22. **解:**(1)因为$\left(\log_2 x\right)^2-2a\log_2 8x+3=\left(\log_2 x\right)^2-2a(\log_2 x+3)+3$

$=\left(\log_2 x\right)^2-2a\log_2 x-6a+3$,

所以$f(x)=\left(\log_2 x\right)^2-2a\log_2 x-6a+3$. …………………………………………………… 2分

令$t=\log_2 x$,

$\because\ x\in\left[\frac{1}{2},2\right]$, $\therefore\ t\in[-1,1]$,

函数$f(x)$换元得:$y=h(t)=t^2-2at-6a+3, t\in[-1,1]$.

二次函数$h(t)$开口向上,对称轴为$t=a$,

当$a\leqslant 0$时,$f(x)_{\max}=h(1)=4-8a$;

当$a>0$时,$f(x)_{\max}=h(-1)=4-4a$. …………………………………………………… 5分

综上,$f(x)_{\max}=\begin{cases}4-8a, a\leqslant 0,\\4-4a, a>0.\end{cases}$ …………………………………………………… 6分

(2)令$u=x^2+2x+6$, $x\in[0,1]$,则$u\in[6,9]$.

函数$g(x)$换元得:$y=\log_3 u$, $u\in[6,9]$,

根据函数的单调性,可得$g(x)_{\max}=\log_3 9=2$. …………………………………………………… 8分

由任意的$x_1\in\left[\frac{1}{2},2\right]$,存在$x_2\in[0,1]$,使得$f\left(x_1\right)<g\left(x_2\right)$可得:

$f(x)_{\max}<g(x)_{\max}$, …………………………………………………… 10分

所以$\begin{cases}a\leqslant 0,\\4-8a<2,\end{cases}$或$\begin{cases}a>0,\\4-4a<2,\end{cases}$

解之得:$a>\frac{1}{2}$,即所求a的取值范围是$\{a\mid a>\frac{1}{2}\}$. …………………………………………………… 12分